

Correction EMD 2^{eme} année Ratt. Méthodes numériques Juin 2024

a) Cours

b) Résoudre par la méthode de Trapèze :

$$I = \int_{0,1}^{0,8} \frac{\ln(1+x^2)}{x} \cdot dx$$

Prendre le pas $h=0,1$

X	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
F(x)	0,0995	0,1961	0,2873	0,3710	0,4463	0,5125	0,5797	0,6184

La méthode de Trapèze d'intégration donne :

$$I = \int_{0,1}^{0,8} f(x) \cdot dx = \frac{h}{2} (f_1 + 2f_2 + 2f_3 + 2f_4 + 2f_5 + 2f_6 + 2f_7 + f_8) = 0,2742$$

c) Cours

d) Résoudre le système d'équations linéaires par la méthode de GAUSS avec permutation des lignes.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 & 8 \\ -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ -2 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} & \frac{1}{3} & 6 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{8}{3} & 1 \\ 0 & \frac{11}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \frac{11}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{30}{11} & \frac{6}{11} & 6 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{39}{15} & \frac{39}{15} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \frac{11}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{8}{11} & \frac{27}{11} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{30}{11} & \frac{6}{11} & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \frac{11}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{30}{11} & \frac{6}{11} & 6 \\ 0 & 0 & -\frac{8}{11} & \frac{27}{11} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \frac{11}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{30}{11} & \frac{6}{11} & 6 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{39}{15} & \frac{39}{15} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 & 4 & 12 \\ 0 & \frac{12}{5} & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{29}{5} \\ 0 & 0 & \frac{17}{4} & \frac{3}{4} & \frac{37}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{44}{17} & \frac{44}{17} \end{bmatrix} \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -3 \\ \frac{11}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 - \frac{7}{3}x_4 = 0 \\ \frac{30}{11}x_3 + \frac{6}{11}x_4 = 6 \\ \frac{39}{15}x_4 = \frac{39}{15} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 1; x_4 = 2$$